TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12, LẦN CUỐI - NĂM 2014
Môn: TOÁN; Khối: A; *Thời gian làm bài: 180 phút*

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y = \dfrac{-x-1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M, biết khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $\Delta: y = 2x-1$ bằng $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $\sin x(\cos 2x - 2\cos x) = \cos 2x\cos x - 1$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x^2} \ge \sqrt{2-3x-4x^2}$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos 3x + 2\cos x}{2 + 3\sin x - \cos 2x}\,\mathrm{d}x$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm của $A'C'$. Biết rằng côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ bằng $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BC'D'$.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a^2}{(b+c)^2+5bc} + \dfrac{b^2}{(c+a)^2+5ca} - \dfrac{3}{4}(a+b)^2$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*) *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần* (phần a hoặc phần b)

a. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường chéo $AC: x - y + 1 = 0$, điểm $G(1;4)$ là trọng tâm của tam giác ABC, điểm $E(0;-3)$ thuộc đường cao kẻ từ D của tam giác ACD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành đã cho biết rằng diện tích của tứ giác $AGCD$ bằng 32 và đỉnh A có tung độ dương.

Câu 8.a (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{BAC} = 30^0$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết rằng đỉnh B có hoành độ dương.

Câu 9.a (1,0 *điểm*). Tìm số phức z thỏa mãn $\dfrac{z+i}{\overline{z}} + \dfrac{\overline{z}+1}{z} = \dfrac{7}{5} + \dfrac{1}{5}i$.

b. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$, đỉnh $B(4;0)$, phương trình đường chéo AC là $2x - y - 3 = 0$, trung điểm E của AD thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y + 10 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang đã cho biết rằng $\cot \widehat{ADC} = 2$.

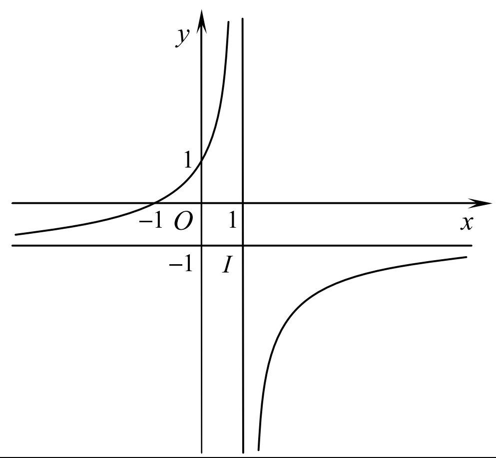
Câu 8.b (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(3;2;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 5y - 2z - 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MA \perp AB$ và $d\left(A, MB\right) = \sqrt{\dfrac{330}{31}}$.

Câu 9.b (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4^{xy} + (xy-2)2^{xy} + xy - 3 = 0 \\ \log_2^2(x-y) + \log_2 x.\log_2 y = 0 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

------------------ Hết ------------------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12, LẦN CUỐI - NĂM 2014
Môn: TOÁN – Khối A; ***Thời gian làm bài: 180 phút***

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1. (2,0 điểm)	**a)** ***(1,0 điểm)***	
	1^0. Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. 2^0. Sự biến thiên: * Giới hạn tại vô cực: Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$. Giới hạn vô cực: $\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$. Suy ra đồ thị (H) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$, tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. * Chiều biến thiên: Ta có $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$, với mọi $x\neq1$. Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.	**0,5**
	* Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & + & \| & + & \\ \hline y & -1 & \nearrow +\infty & \| & -\infty \nearrow & -1 \end{array}$  3^0. Đồ thị: Đồ thị cắt Ox tại $(-1;0)$, cắt Oy tại $(0;1)$. Nhận giao điểm $I(1;-1)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.	**0,5**
	b) ***(1,0 điểm)***	
	Gọi tiếp điểm $M\left(x_0;\dfrac{-x_0-1}{x_0-1}\right)\in(C)$. Khi đó ta có $d(M,\Delta)=\dfrac{3}{\sqrt5}\Leftrightarrow\dfrac{\left\|2x_0-\dfrac{-x_0-1}{x_0-1}-1\right\|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{3}{\sqrt5}$ $\Leftrightarrow\left\|2x_0-1+\dfrac{x_0+1}{x_0-1}\right\|=3\Leftrightarrow\left\|2x_0^2-2x_0+2\right\|=3\left\|x_0-1\right\|$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0^2-2x_0+2=3(x_0-1)\\2x_0^2-2x_0+2=-3(x_0-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0^2-5x_0+5=0\\2x_0^2+x_0-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\x_0=\dfrac12.\end{array}\right.$	**0,5**
	*) Với $x_0=-1$, ta có $M(-1;0)$, suy ra pt tiếp tuyến $y=y'(-1).(x+1)$ hay $y=\dfrac12x+\dfrac12$. *) Với $x_0=\dfrac12$, ta có $M\left(\dfrac12;3\right)$, suy ra pt tiếp tuyến $y=y'\left(\dfrac12\right).\left(x-\dfrac12\right)+3$ hay $y=8x-1$.	**0,5**
Câu 2. (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $\cos2x(\sin x-\cos x)-\sin2x+1=0\Leftrightarrow\left(\cos^2x-\sin^2x\right)(\sin x-\cos x)-(\sin2x-1)=0$ $\Leftrightarrow-(\cos x+\sin x)(\sin x-\cos x)^2-(\sin2x-1)=0$ $\Leftrightarrow-(\cos x+\sin x)(1-\sin2x)-(\sin2x-1)=0\Leftrightarrow(\sin2x-1)(\cos x+\sin x-1)=0.$	**0,5**
	*) $\sin2x-1=0\Leftrightarrow\sin2x=1\Leftrightarrow2x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$ *) $\cos x+\sin x-1=0\Leftrightarrow\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$	**0,5**

Vậy nghiệm của phương trình là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ x=k2\pi,\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$

Câu 3. (1,0 điểm)

Điều kiện: $\begin{cases}x\ge 0\\ 1-x^2\ge 0\\ 2-3x-4x^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le 1\\ \frac{-3-\sqrt{41}}{8}\le x\le\frac{-3+\sqrt{41}}{8}\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x\le\frac{-3+\sqrt{41}}{8}.$ (*)

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$x+1-x^2+2\sqrt{x(1-x^2)}\ge 2-3x-4x^2\Leftrightarrow 3(x^2+x)-(1-x)+2\sqrt{(x+x^2)(1-x)}\ge 0$$

0,5

$$\Leftrightarrow 3\frac{x^2+x}{1-x}+2\sqrt{\frac{x^2+x}{1-x}}-1\ge 0\Leftrightarrow\sqrt{\frac{x^2+x}{1-x}}\ge\frac{1}{3}\Leftrightarrow 9x^2+10x-1\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge\frac{-5+\sqrt{34}}{9}\\ x\le\frac{-5-\sqrt{34}}{9}.\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện (*), ta suy ra nghiệm của bất phương trình là $\frac{-5+\sqrt{34}}{9}\le x\le\frac{-3+\sqrt{41}}{8}.$

0,5

Câu 4. (1,0 điểm)

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(4\cos^2x-1)\cos x}{2+3\sin x-(1-2\sin^2x)}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{3-4\sin^2x}{2\sin^2x+3\sin x+1}\mathrm{d}(\sin x).$

Đặt $t=\sin x$. Khi $x=0$ thì $t=0$, khi $x=\frac{\pi}{2}$ thì $t=1$. Suy ra $I=\int_0^1\frac{3-4t^2}{2t^2+3t+1}\mathrm{d}t$

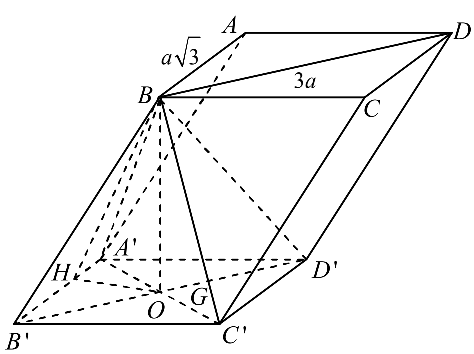
0,5

$$=\int_0^1\left(-2+\frac{6t+5}{(2t+1)(t+1)}\right)\mathrm{d}t=\int_0^1\left(-2+\frac{(4t+4)+(2t+1)}{(2t+1)(t+1)}\right)\mathrm{d}t$$

$$=\int_0^1\left(-2+\frac{4}{2t+1}+\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\left(-2t+2\ln(2t+1)+\ln(t+1)\right)\Big|_0^1=-2+2\ln 3+\ln 2=\ln 18-2.$$

0,5

Câu 5. (1,0 điểm)



*) Áp dụng định lý côsin cho tam giác $A'B'D'$ suy ra $\widehat{B'A'D'}=120^0$. Do đó $A'B'C'$, $A'C'D'$ là các tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$.

Gọi $O=A'C'\cap B'D'$, ta có $BO\perp(A'B'C'D')$.

Kẻ $OH\perp A'B'$ tại H, suy ra $A'B'\perp(BHO)$. Do đó $\widehat{\left((ABCD),(CDD'C')\right)}=\widehat{BHO}$.

Từ $\cos\widehat{BHO}=\frac{\sqrt{21}}{7}\Rightarrow\tan\widehat{BHO}=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow BO=HO.\tan\widehat{BHO}=A'O.\sin 60^0.\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}.a\sqrt{3}.\sin 60^0=\frac{9a^3}{4}.$

0,5

*) Vì $BO=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}A'C'$ nên tam giác $A'BC'$ vuông tại B. Vì $B'D'\perp(A'BC')$ nên $B'D'$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BC'$. Gọi G là tâm của tam giác đều $A'C'D'$. Khi đó $GA'=GC'=GD'$ và $GA'=GB=GC'$ nên G là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BC'D'$. Mặt cầu này có bán kính $R=GD'=\frac{2}{3}OD'=\frac{2}{3}.\frac{3a}{2}=a.$

0,5

Câu 6. (1,0 điểm)

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có

$\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}\ge\frac{a^2}{(b+c)^2+\frac{5}{4}(b+c)^2}=\frac{4a^2}{9(b+c)^2}$. Tương tự, ta có $\frac{b^2}{(c+a)^2+5ca}\ge\frac{4b^2}{9(c+a)^2}$.

Suy ra $\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}+\frac{b^2}{(c+a)^2+5ca}\ge\frac{4}{9}\left(\frac{a^2}{(b+c)^2}+\frac{b^2}{(c+a)^2}\right)\ge\frac{2}{9}\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}\right)^2$

0,5

$$= \frac{2}{9}\left(\frac{a^2+b^2+c(a+b)}{ab+c(a+b)+c^2}\right)^2 \ge \frac{2}{9}\left(\frac{\frac{(a+b)^2}{2}+c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4}+c(a+b)+c^2}\right)^2 = \frac{2}{9}\left(\frac{2(a+b)^2+4c(a+b)}{(a+b)^2+4c(a+b)+4c^2}\right)^2.$$

Vì $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$ nên

$$P \ge \frac{2}{9}\left(\frac{2(1-c)^2+4c(1-c)}{(1-c)^2+4c(1-c)+4c^2}\right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 = \frac{8}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2. \qquad (1)$$

Xét hàm số $f(c)=\frac{8}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right)^2-\frac{3}{4}(1-c)^2$ với $c\in(0;1)$.

Ta có $f'(c)=\frac{16}{9}\left(1-\frac{2}{c+1}\right).\frac{2}{(c+1)^2}-\frac{3}{2}(c-1)$;

$f'(c)=0 \Leftrightarrow (c-1)\left(64-(3c+3)^3\right)=0 \Leftrightarrow c=\frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

c	0		$\frac{1}{3}$		1
$f'(c)$		$-$	0	$+$	
$f(c)$		$\searrow$	$-\frac{1}{9}$	$\nearrow$	

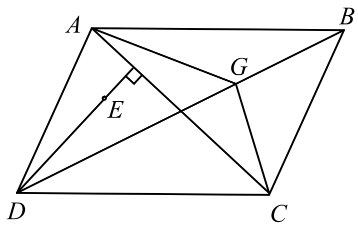
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c)\ge -\frac{1}{9}$ với mọi $c\in(0;1)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $P\ge -\frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9}$, đạt khi $a=b=c=\frac{1}{3}$.

0,5

Câu 7.a (1,0 điểm)



Vì $DE\perp AC$ nên $DE: x+y+3=0 \Rightarrow D(t;-t-3)$.

Ta có $d(G,AC)=\frac{1}{3}d(B,AC)=\frac{1}{3}d(D,AC)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}=\frac{1}{3}.\frac{|2t+4|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=-5\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} D(1;-4)\\ D(-5;2)\end{array}\right..$$

Vì D và G nằm khác phía đối với AC nên $D(1;-4)$.

0,5

Ta có $\overrightarrow{GD}=-2\overrightarrow{GB} \Leftrightarrow \begin{cases}1-1=-2.(x_B-1)\\ -4-4=-2(y_B-4)\end{cases} \Rightarrow B(1;8) \Rightarrow BD: x=1$.

Vì $A\in AC: x-y+1=0 \Rightarrow A(a;a+1)$.

Ta có $S_{AGCD}=S_{AGC}+S_{ACD}=\left(\frac{1}{3}+1\right)S_{ABC}=\frac{4}{3}S_{ABC}=\frac{4}{3}S_{ABD}$.

Suy ra $S_{ABD}=24 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.d(A,BD).BD=24 \Leftrightarrow |a-1|.12=48 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5\\ a=-3\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(5;6) \quad (\text{tm})\\ A(-3;-2)\ (\text{ktm})\end{array}\right.$

Từ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC} \Rightarrow C(-3;-2)$.

Vậy $A(5;6), B(1;8), C(-3;-2), D(1;-4)$.

0,5

Câu 8.a (1,0 điểm)

Vì $A\in AB \Rightarrow A(a+3;a+4;-4a-8)$. Thay tọa độ đỉnh A vào phương trình mặt phẳng (α) suy ra $A(1;2;0)$. Vì $B\in AB \Rightarrow B(b+3;b+4;-4b-8)$. Ta có

$$AB=3\sqrt{2} \Leftrightarrow (b+2)^2+(b+2)^2+16(b+2)^2=18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-1\\ b=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B(2;3;-4)\ (\text{tm } x_B>0)\\ B(0;1;4) \quad (\text{ktm})\end{array}\right.$$

0,5

Ta có $BC=AB.\sin 30^0=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác $d(B,(\alpha))=\frac{3}{\sqrt{2}}=BC$. Từ đó suy ra C là hình chiếu vuông góc của B lên (α). Ta có $C(2+c;3;-4+c)\in(\alpha) \Rightarrow c=\frac{3}{2} \Rightarrow C\left(\frac{7}{2};3;-\frac{5}{2}\right)$.

Vậy $A(1;2;0), B(2;3;-4), C\left(\frac{7}{2};3;-\frac{5}{2}\right)$.

0,5

Câu 9.a (1,0 điểm)

Đặt $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó ta có

$$\frac{z+i}{\overline{z}} + \frac{\overline{z}+1}{z} = \frac{x+(y+1)i}{x-yi} + \frac{(x+1)-yi}{x+yi} = \frac{\big(x+(y+1)i\big)(x+yi) + \big((x+1)-yi\big)(x-yi)}{x^2+y^2}$$

$$= \frac{2x^2-2y^2+x-y}{x^2+y^2} + \frac{x-y}{x^2+y^2}i.$$

0,5

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} \dfrac{2x^2-2y^2+x-y}{x^2+y^2} = \dfrac{7}{5} \\ \dfrac{x-y}{x^2+y^2} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \dfrac{3}{5} \\ \dfrac{x-y}{x^2+y^2} = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 \neq 0 \\ x^2 = 4y^2 \\ x^2+y^2 = 5(x-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2 \neq 0 \\ x = \pm 2y \\ x^2+y^2 = 5(x-y). \end{cases}$$

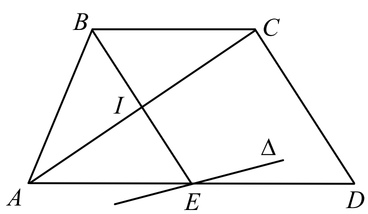
*) $x = 2y$, suy ra $\begin{cases} x = 2y \\ 5y^2 = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0,\ y = 0 \text{ (ktm)} \\ x = 2,\ y = 1 \end{array}\right. \Rightarrow z = 2+i.$

*) $x = -2y$, suy ra $\begin{cases} x = -2y \\ 5y^2 = -15y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0,\ y = 0 \text{ (ktm)} \\ x = 6,\ y = -3 \end{array}\right. \Rightarrow z = 6-3i.$

Vậy $z = 2+i$, $z = 6-3i$.

0,5

Câu 7.b (1,0 điểm)



Gọi $I = AC \cap BE$. Vì $I \in AC \Rightarrow I(t;\ 2t-3)$. Ta thấy I là trung điểm của BE nên $E(2t-4;\ 4t-6)$. Theo giả thiết $E \in \Delta \Rightarrow t = 3 \Rightarrow I(3;\ 3),\ E(2;\ 6)$.

Vì $AD // BC$, $AD = 2BC$ nên $BCDE$ là hình bình hành. Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{IBC}$.

Từ $\cot\widehat{IBC} = \cot\widehat{ADC} = 2 \Rightarrow \cos\widehat{IBC} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

0,5

Vì $C \in AC \Rightarrow C(c;\ 2c-3) \Rightarrow \overrightarrow{BI}(-1;\ 3),\ \overrightarrow{BC}(c-4;\ 2c-3)$. Ta có

$$\cos\widehat{IBC} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{5c-5}{\sqrt{10}.\sqrt{5c^2-20c+25}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} c > 1 \\ 3c^2 - 22c + 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 5 \\ c = \dfrac{7}{3}. \end{array}\right.$$

Suy ra $C(5;\ 7)$ hoặc $C\left(\dfrac{7}{3};\ \dfrac{5}{3}\right)$.`

Với $C(5;\ 7)$, ta thấy I là trung điểm của AC nên $A(1;\ -1)$, vì E là trung điểm của AD nên $D(3;\ 13)$.

Với $C\left(\dfrac{7}{3};\ \dfrac{5}{7}\right)$, tương tự ta có $A\left(\dfrac{11}{3};\ \dfrac{13}{3}\right)$, $D\left(\dfrac{1}{3};\ \dfrac{23}{3}\right)$.

0,5

Câu 8.b (1,0 điểm)

Ta có $\overrightarrow{AB}(1;\ 1;\ 3),\ \overrightarrow{n_\alpha}(1;\ 5;\ -2)$. Ta thấy $A \in (\alpha)$ nên đường thẳng MA có VTCP là $\overrightarrow{u_{MA}} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_\alpha}\right] = (-17;\ 5;\ 4) \Rightarrow MA: \dfrac{x-2}{-17} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z-1}{4} \Rightarrow M(-17m+2;\ 5m+1;\ 4m+1)$.

0,5

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông MAB ta có

$$\frac{1}{\big(d(A, MB)\big)^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AM = \sqrt{330}.$$

Suy ra $(17m)^2 + (5m)^2 + (4m)^2 = 330 \Rightarrow m = \pm 1 \Rightarrow M(-15;\ 6;\ 5),\ M(19;\ -4;\ -3)$

0,5

Câu 9.b (1,0 điểm)

Điều kiện: $x > y > 0$.

Đặt $t = xy > 0$, phương trình thứ nhất của hệ trở thành

$$4^t + (t-2)2^t + t - 3 = 0 \Leftrightarrow (2^t+1)(2^t+t-3) = 0 \Leftrightarrow 2^t + t - 3 = 0, \text{ vì } 2^t + 1 > 0.$$

Vì hàm $f(t) = 2^t + t - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà $f(1) = 0$ nên $2^t + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Khi đó ta có $xy = 1$, hay $y = \dfrac{1}{x}$.

0,5

Thế vào pt thứ hai của hệ ta được $\log_2^2\left(x - \dfrac{1}{x}\right) + \log_2 x.\log_2 \dfrac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 \dfrac{x^2-1}{x} = \log_2^2 x$

0,5

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 \dfrac{x^2-1}{x} = \log_2 x \\ \log_2 \dfrac{x^2-1}{x} = -\log_2 x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x^2-1}{x} = x \\ \dfrac{x^2-1}{x} = \dfrac{1}{x} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1 = x^2 \\ x^2-1 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$ Suy ra nghiệm của hệ là $x = \sqrt{2},\ y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.	