TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014 -LẦN 3
Môn : TOÁN KHỐI D
Thời gian làm bài: 180 phút(không kể thời gian phát đề)
******

I.PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH(7,0 điểm):

Câu 1:(2điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ (1)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho ứng với m = 1.

2/ Tìm các giá trị m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $BC = 4$ và A là điểm cực trị thuộc trục tung.

Câu 2: (1điểm) Giải phương trình: $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$

Câu 3: (1điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - y^2 + 2(x+y) = x - y + 2 \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases}$

Câu 4: (1điểm) Tính tích phân sau: $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x} dx$

Câu 5:(1điểm) Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^o. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm C đến mp(SMN).

Câu 6:(1điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2}$$

B. PHẦN RIÊNG (3,0điểm) : ***Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)***

A. Theo chương trình chuẩn:

Câu 7a:(1điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường (C) ngoại tiếp tam giác ABC , (C) có tâm $I(-1;2)$ là trung điểm BC, trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$. Hãy viết phương trình đường tròn (C) **.**

Câu 8a:(1điểm) Trong không gian toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 29$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) và điểm N trên mặt cầu (S) sao cho hai điểm M, N đối xứng nhau qua điểm $I(1;-2;1)$.

Câu 9a:(1điểm) Trong tập hợp số phức, giải phương trình $z^3 - 8 = 0$. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình đã cho, hãy tính: $z_1.z_2 + z_2.z_3 + z_3.z_1$

B. Theo chương trình nâng cao:

Câu7b:(1điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $F_1(-2;0), F_1(2;0)$ và đường thẳng $(d): 2x - y + 2 = 0$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) (với $x_M < 0$) sao cho $MF_1 \perp MF_2$ và viết phương trình chính tắc của Elip đi qua M và có hai tiêu điểm F_1, F_2.

Câu8b:(1điểm) Trong không gian toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3;-1;2)$, cắt đường thẳng (Δ) và song song mặt phẳng (P).

Câu9b:(1điểm) Giải phương trình sau trong tập hợp số thực : $\log_2 \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\log_2 x} = \frac{4}{3}$

------- Hết -------

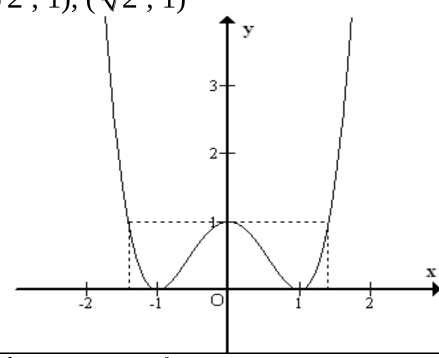
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:……………………………………….; Số báo danh:……………….

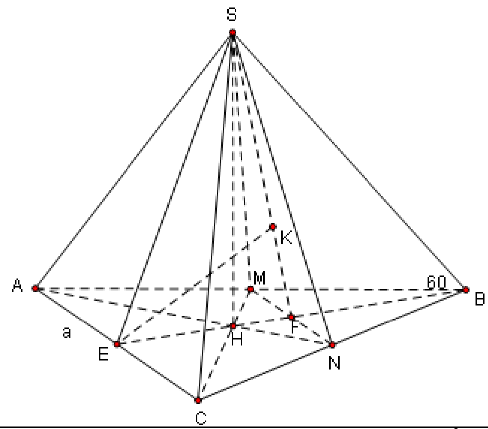
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU

ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2014 -LẦN 3
Môn : TOÁN KHỐI D
******

ĐÁP ÁN *(gồm 5 trang)*

Câu	Nội dung	Điểm
I.PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH(7,0 điểm):		
Câu 1:	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị **(C)** của hàm số đã cho ứng với m = 1.	**1,0đ**
	Với $m=1$, ta có hàm số $y=x^4-2x^2+1$	
	• TXĐ: $\boldsymbol{D=R}$ • Sự biến thiên của hàm số: .Giới hạn của hàm số tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$. Chiều biến thiên: $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$	0,25
	.Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & 1 & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,25
	.Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$; $(1\ ;+\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$; (0; 1) Hàm số đạt cực đại tại x = 0, giá trị cực đại là y(0) = 1 Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm1$, giá trị cực tiểu là $y(-1)=y(1)=0$	0,25
	• Đồ thị: Giao điểm của đồ thị và trục tung: (0; 1) Các điểm khác :$(-\sqrt{2}$; 1), $(\sqrt{2}$; 1) 	0,25
	2/ Tìm giá trị m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $BC=4$ và A là điểm cực trị thuộc trục tung.	**1,0đ**
	$y=x^4-2mx^2+1 \Rightarrow y'=4x^3-4mx$, $y'=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m\ \ (*) \end{array}\right.$ Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow m>0$	0,25
	Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là: $A(0;1), B\left(\sqrt{m};1-m^2\right), C\left(-\sqrt{m};1-m^2\right)$, trong đó A là điểm cực trị thuộc trục tung	0,25
	Ta có: $BC=2\sqrt{m}$. Theo giả thiết $BC=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m}=4 \Leftrightarrow m=4$	0,25
	Vậy bài toán thỏa mãn khi $m=4$	0,25
Câu 2:	Giải phương trình: $\cos 2x-\cos x=\sqrt{3}\left(\sin 2x+\sin x\right)$ (*)	**1,0đ**

	$(*) \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = \cos x + \sqrt{3}\sin x$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$	0,25
	Vậy phương trình đã cho có các họ nghiệm là: $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi,\ x = \frac{k2\pi}{3}\ (k \in \mathbb{Z})$	0,25
Câu 3:	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - y^2 + 2(x+y) = x - y + 2 \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases}$	**1,0đ**
	Hệ đã cho tương đương hệ $\begin{cases} (x+y)(x-y+2) = x - y + 2 \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y-1)(x-y+2) = 0 \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x - y + 2 = 0 \quad (1a) \\ x + y - 1 = 0 \quad (1b) \end{array}\right. \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \quad (2) \end{cases}$	0,25
	• Từ (1a) và (2), ta có hệ (I) $\begin{cases} y = x + 2 \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (x+2)^2 + 4x(x+2) = 22$ $\Rightarrow 6x^2 + 12x - 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = -3 \Rightarrow y = -1 \end{array}\right.$	0,25
	• Từ (1b) và (2), ta có hệ (I) $\begin{cases} y = 1 - x \\ x^2 + y^2 + 4xy = 22 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 + 4x(1-x) = 22$ $\Rightarrow -2x^2 + 2x - 21 = 0 (ptvn)$ Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(x; y) = (1;3), (-3;-1)$	0,25
Câu 4:	Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x} dx$	**1,0đ**
	Đặt: $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0,\quad x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$	0,25
	$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4 - t^2} dx = \frac{1}{4}\int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2+t} + \frac{1}{2-t}\right) dx$	0,25
	$\Rightarrow I = \frac{1}{4}\ln\left\|\frac{2+t}{2-t}\right\| \Big\|_0^{\frac{1}{2}}$	0,25
	$\Rightarrow I = \frac{1}{4}\ln\frac{5}{3}$	0,25
Câu 5:	Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^o. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm C đến mp(SMN).	**1,0đ**

		
	Gọi H là hình chiếu của S lên mp(ABC). Vì S.ABC là hình chóp đều nên H là trọng tâm, trực tâm tam giác ABC. HB là hình chiếu của SB lên mp(ABC) $\Rightarrow$ Góc hợp bởi SB và (ABC) là $\widehat{SBH} = 60^o$	0,25
	Gọi E là trung điểm AC. ΔABC đều cạnh a $\Rightarrow EB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $HB = \frac{2}{3}EB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. ΔSHB vuông tại H $\Rightarrow SH = HB\tan 60^o = a$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$	0,25
	Ta có: $AC//MN \Rightarrow AC//(SMN), E \in AC \Rightarrow d(C,(SMN)) = d(E,(SMN))$ Gọi $F = MN \cap EB$. Ta có: $MN \perp EB, MN \perp SH \Rightarrow MN \perp (SEB)$ $\left.\begin{array}{l} \Rightarrow (SMN) \perp (SEB) \\ (SMN) \cap (SEB) = SF \\ EK \perp SF,\ K \in SF \end{array}\right\} \Rightarrow EK \perp (SMN) \Rightarrow EK = d(E,(SMN))$	0,25
	$HF = \frac{1}{2}HE = \frac{a\sqrt{3}}{12}$, $SF = \sqrt{SH^2 + HF^2} = \frac{7\sqrt{3}a}{12}$ $S_{\Delta SEF} = \frac{1}{2}EF.SH = \frac{1}{2}SF.EK \Rightarrow EK = \frac{EF.SH}{SF} = \frac{3a}{7}$ Vậy $d(C,(SMN)) = \frac{3a}{7}$	0,25
<u>Câu 6:</u>	Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a}{b^2+c^2} + \frac{b}{c^2+a^2} + \frac{c}{a^2+b^2}$	**<u>1,0đ</u>**
	Ta có: $P = \frac{a}{1-a^2} + \frac{b}{1-b^2} + \frac{c}{1-c^2} = \frac{a^2}{a(1-a^2)} + \frac{b^2}{b(1-b^2)} + \frac{c^2}{c(1-c^2)}$	0,25
	Vì a, b, c dương và $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ nên a, b, c thuộc khoảng $(0;1)$ Xét hàm số $f(t) = t(1-t^2)$, $t \in (0;1)$ Ta có: $f'(t) = -3t^2 + 1$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ hoặc $t = \frac{1}{\sqrt{3}}$ Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>0 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 1</td></tr><tr><td>f '(t)</td><td>+ 0 -</td></tr></table>	0,25

	$f(t)$: $0 \nearrow \frac{2}{3\sqrt{3}} \searrow 0$ $\Rightarrow f(t) \le \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $\forall t \in (0;1)$.	
	$\Rightarrow \frac{t^2}{f(t)} = \frac{t^2}{t(1-t^2)} \ge \frac{3\sqrt{3}t^2}{2}$, $\forall t \in (0;1)$. Do đó: $P = \frac{a^2}{f(a)} + \frac{b^2}{f(b)} + \frac{c^2}{f(c)} \ge \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$	0,25
	Vậy $\min P = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}$	0,25
B. PHẦN RIÊNG (3,0điểm) : ***Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)***		
A. Theo chương trình chuẩn:		
Câu 7a:	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường (C) ngoại tiếp tam giác ABC , (C) có tâm $I(-1;2)$ là trung điểm BC, trọng tâm tam giác ABC là điểm $G\left(-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$. Hãy viết phương trình đường tròn (C) **.**	**1,0đ**
	Vì I là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC nên AI là trung tuyến của ΔABC $\Rightarrow \overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GI}$	0,25
	$\Rightarrow A(1;1)$	0,25
	Đường tròn (C) có bán kính $R = AI = \sqrt{5}$	0,25
	Phương trình đường tròn (C) là : $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$	0,25
Câu 8a:	Trong không gian toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 29$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) và điểm N trên mặt cầu (S) sao cho hai điểm M, N đối xứng nhau qua điểm $I(1;-2;1)$.	**1,0đ**
	$M \in (d) \Rightarrow M(2+t;1+2t;1-t)$. N đối xứng với M qua I $\Rightarrow N(-t;-5-2t;1+t)$	0,25
	$N \in (S) \Rightarrow (-t-1)^2 + (-2-2t)^2 + (2+t)^2 = 29 \Leftrightarrow 6t^2 + 14t - 20 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -\frac{10}{3}$	0,25
	• $t = 1 \Rightarrow M(3;3;0)$, $N(-1;-7;2)$	0,25
	• $t = -\frac{10}{3} \Rightarrow M\left(-\frac{4}{3};-\frac{17}{3};\frac{13}{3}\right)$, $N\left(\frac{10}{3};\frac{5}{3};-\frac{7}{3}\right)$	0,25
Câu 9a:	Trong tập hợp số phức, giải phương trình $z^3 - 8 = 0$. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình đã cho, hãy tính : $z_1.z_2 + z_2.z_3 + z_3.z_1$	**1,0đ**
	$z^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow (z-2)(z^2+2z+4) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 \\ z_2 = -1+\sqrt{3}i \\ z_3 = -1-\sqrt{3}i \end{array}\right.$	0,25
	$z_1.z_2 + z_2.z_3 + z_3.z_1 = 2(-1+\sqrt{3}i) + (-1+\sqrt{3}i).(-1-\sqrt{3}i) + (-1-\sqrt{3}i)2$	0,25
	$\Rightarrow z_1.z_2 + z_2.z_3 + z_3.z_1 = 0$	0,25
B. Theo chương trình nâng cao:		

Câu 7b:	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $F_1(-2;0), F_1(2;0)$ và đường thẳng $(d): 2x-y+2=0$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) (với $x_M<0$) thỏa mãn $MF_1 \perp MF_2$ và viết phương trình chính tắc của Elip đi qua M và có hai tiêu điểm là F_1, F_2.	**1,0đ**
	$M\in(d)\Rightarrow M(t;2t+2)$, $\overrightarrow{MF_1}=(-2-t;-2t-2)$, $\overrightarrow{MF_2}=(2-t;-2t-2)$ Theo giả thiết, ta có: $MF_1\perp MF_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2}=0 \Leftrightarrow (-2-t)(2-t)+(-2t-2)^2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 5t^2+8t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \text{ (loai)} \\ t=-\frac{8}{5}\Rightarrow M\left(-\frac{8}{5};-\frac{6}{5}\right)\end{array}\right.$	0,25
	Elip có hai tiêu điểm $F_1(-2;0), F_1(2;0)\Rightarrow c=2$ $MF_1+MF_2=\sqrt{\left(-2+\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2+\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\right)^2}=\frac{8\sqrt{10}}{5}\Rightarrow 2a=\frac{8\sqrt{10}}{5}\Rightarrow a=\frac{4\sqrt{10}}{5}$ $b^2=a^2-c^2=\frac{32}{5}-4=\frac{12}{5}$	0,25
	Vậy: Phương trình chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{\frac{32}{5}}+\frac{y^2}{\frac{12}{5}}=1$	0,25
Câu 8b:	Trong không gian toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(3;-1;2)$, cắt đường thẳng (Δ) và song song mặt phẳng (P).	**1,0đ**
	Gọi $B=(d)\cap(\Delta)\Rightarrow B\in(\Delta)\Rightarrow B(1+2t;2-t;3t)$	0,25
	(d) có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(2t-2;-t+3;3t-2)$, mp(P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-2)$	0,25
	Vì $(d)//(P)$ nên $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow 2(2t-2)-(-t+3)-2(3t-2)=0 \Leftrightarrow -t-3=0 \Leftrightarrow t=-3$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-8;6;-11)$	0,25
	Đường thẳng (d) đi qua điểm A và nhận véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-8}=\frac{y+1}{6}=\frac{z-2}{-11}$	0,25
Câu 9b:	Giải phương trình sau trong tập hợp số thực : $\log_2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{\log_2 x}=\frac{4}{3}$ (*)	**1,0đ**
	Điều kiện: $x>0$	0,25
	$(*)\Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_2 x+\sqrt[3]{\log_2 x}=\frac{4}{3}$	0,25
	Đặt $t=\sqrt[3]{\log_2 x}$, ta có phương trình: $\frac{1}{3}t^3+t-\frac{4}{3}=0 \Leftrightarrow t=1$	0,25
	$t=1\Rightarrow \sqrt[3]{\log_2 x}=1 \Leftrightarrow x=2$ So sánh điều kiện phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=2$	0,25

----------Hết----------