TRƯỜNG THPT THĂNG LONG | ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP ĐẠI SỐ 10 – PHẦN I

HỌC KÌ I, NĂM HỌC 2014 – 2015 | **CHƯƠNG II – HÀM SỐ**

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

1. Tập xác định, sự biến thiên và tính chẵn lẻ của hàm số
2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc hai
3. Tương giao đồ thị hàm số bậc hai và đường thẳng
4. Ứng dụng sự biến thiên của hàm số bậc nhất, bậc hai trong bài toán tìm giá trị trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số; trong giải và biện luận phương trình, bất phương trình.

B. BÀI TẬP ĐỊNH HƯỚNG ÔN TẬP

1. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=x^3-\frac{1}{3}x^2+2|x|-1$ b) $y=\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ c) $y=\frac{\sqrt{x^2-4}}{1-\sqrt{9-x^2}}$

d) $y=\frac{x}{x-\sqrt{3+2x}}$ e) $y=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2-x}-2}+\frac{1}{x^2-2x}$ f) $y=\frac{1}{\sqrt{9-x|x|}}+\sqrt{\frac{1}{(x+1)^2(x+2)}}$

2. Tìm *a* để hàm số sau xác định trên đoạn [-1; 1]: $y=\frac{1}{\sqrt{x+a-2}+\sqrt{a-x}}$.

3. Khảo sát sự biến thiên của các hàm số sau trên tập xác định của nó

a) $y=x^{2015}-1$ b) $y=\frac{x+1}{x-2}$ c) $y=\sqrt{x^2+3}$

d) $y=-x^2+3x-1$ e) $y=|2x-3|+|x|+1$

4. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau

a) $y=f(x)=\frac{1}{2x-3}-\frac{1}{2x+3}-x^2+3$ b) $y=f(x)=|x+3|-|x-3|-3x^3+x$

c) $y=f(x)=\begin{cases}x^2-3, & x\le 1\\ 1-3x^2, & x>1\end{cases}$ d) $y=f(x)=\sqrt{x+3}+\sqrt{2-x}+x$

5. Chứng minh rằng đồ thị các hàm số sau có tâm đối xứng hoặc trục đối xứng, chỉ rõ tâm đối xứng hoặc trục đối xứng đó

a) $y=x^3-3x$ b*) $y=x^3-3x^2+4$ c*) $y=\frac{2x-1}{x+3}$ d) $y=x^4-2x^2-5$

6. Cho hàm số $y=x^2-2x$ (1) có đồ thị (*P*) và đường thẳng d_m: $y=mx-m+5$ (với *m* là tham số)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*P*) của hàm số (1).
2) Dựa vào đồ thị (*P*), tìm *x* để $x^2-2x>0$.
3) Nêu cách vẽ và vẽ đồ thị của hàm số $y=|x^2-2x|$ (2).
4) Tìm *m* để phương trình $|x^2-2x|+m-2=0$ có 4 nghiệm phân biệt.
5) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=|x^2-2x|$ trên đoạn [– 3; 3].
6) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2+2\sqrt{9-x^2}-9\right|$.
7) Nêu cách vẽ và vẽ đồ thị của hàm số $y=x^2-2|x|$ (3). Lập bảng biến thiên của hàm số (3).
8) * Nêu cách vẽ và vẽ đồ thị các hàm số $y=\left|x^2-2|x|\right|$, $y=x|x-2|$.
9) Tìm *m* để *d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt *A, B* có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}<\frac{15}{4}$.
10) Tìm *m* để *d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt *A, B* nằm về hai phía trục hoành.
11) Tìm *m* để *d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho trung điểm *M* của *AB* nằm trên đường thẳng *y* = *x* + 3.

12) Tìm *m* để *d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt *A*, *B* sao cho trọng tâm *G* của tam giác *OAB* (*O* là gốc toạ độ) nằm trên parabol $y = 3x^2$.

13) * Tìm *m* để *d* cắt (*P*) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 khác 1 sao cho biểu thức $T=\frac{1}{(x_1-1)^2}+\frac{1}{(x_2-1)^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

14) * Gọi *I* là đỉnh của parabol (*P*). Tìm *m* để khoảng cách từ *I* đến đường thẳng *d* đạt giá trị lớn nhất.

7. Cho hàm số $f(x)=x^2+2(m-1)x-3m-5$ (*m* là tham số)
   1) Tìm *m* để giá trị nhỏ nhất của hàm số *f*(*x*) đạt giá trị lớn nhất.
   2) Tìm *m* để giá trị nhỏ nhất của hàm số *f*(*x*) trên đoạn [0; 2] đạt giá trị lớn nhất.
   3) * Tìm *m* để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [- 2; 1] bằng – 6.
8.
   1) Viết phương trình đường thẳng đi qua *A*(-3; 4), biết nó song song với trục *Ox*.
   2) Viết phương trình đường thẳng đi qua *A*(-3 ; 4), biết nó song song trục *Oy*.
   3) Viết phương trình đường thẳng đi qua *M*(3; -2), biết nó có hệ số góc bằng -4.
   4) Viết phương trình đường thẳng đi qua *A*(-3; 4) và vuông góc với đường thẳng $y = 2x - 1$.
   5) Viết phương trình đường thẳng đi qua *A*(-3; 4) và song song với đường thẳng *BC*, biết *B*(-1; 2), *C*(3; 1).
   6) Viết phương trình đường thẳng *d* qua *A*(-3; 4), biết khoảng cách từ gốc toạ độ *O* đến *d* đạt giá trị lớn nhất.
   7) Cho *A*(-3; 4), *B*(1; 2). Viết phương trình đường trung trực của *AB*.
9. Xác định hàm số, biết
   1) Đồ thị là một parabol có đỉnh là *I*(-1; 2) và đi qua điểm *B*(2; - 6).
   2) Đồ thị là một parabol (*P*) có đỉnh là *J*(2; -3) và một trong hai giao điểm của (*P*) với trục hoành có hoành độ $x = 1$.
   3) Đồ thị là một parabol đi qua 3 điểm *A*(1; 0), *B*(2; 0), *C*(0; 2).
10. Biện luận theo *m* số nghiệm của phương trình

1) $|x+2|+|x-2|=m$ 2*) $|x^2-1|-|2x^2-6|=m$ 3) $|-x^2+3x+4|=m$ 4) $2x^2-4|x|+1=m$

**Một số bài tập tham khảo chuẩn bị cho kì thi chọn HSG:*

11. Tìm *m* để phương trình $|2|x|-1|+2m-3=0$ có bốn nghiệm phân biệt.
12. Tìm *m* để phương trình $|x^2-2|x|-3|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.
13. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của các hàm số sau

1) $y=|x-2|+|2x+1|,\ x\in[-2;3]$ 2) $y=x^2+\sqrt{1-x^2}$ c) $y=\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-x,\ x\in[4;8]$

14. Tìm *m* để các phương trình sau có nghiệm

a) $x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=m$ b) $\sqrt{9-x^2}+\frac{m}{\sqrt{9-x^2}}=4$ (*HSG2013*) c) $x+\sqrt{2-x^2}+x\sqrt{2-x^2}=m$

d) $4x^2-2x(1+x^2)+m(1+x^2)^2=0$ e) $\sqrt{x+1}+2\sqrt{1-x}+4\sqrt{1-x^2}-3x+2m-1=0$ (*Chọn HSG TL-2013*).

15. Tìm *m* để phương trình sau có đúng hai nghiệm phân biệt $x^2+x+2x\sqrt{1-x}+2\sqrt{1-x}+m=0$
16. Tìm *m* để bất phương trình $x^2+\sqrt{4-x^2}<m$ có nghiệm.
17. Tìm *m* để bất phương trình $\sqrt{(4+x)(6-x)}\le x^2-2x+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-4;\ 6]$.
18. (HSG Cụm HK – HBT 2014) Cho hàm số $y=(|x|+1)(x-2)$ (1)
    1) Vẽ đồ thị (*P*) và lập bảng biến thiên của hàm số (1);
    2) Tìm *m* để phương trình $(|x|+1)(x-2)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.
19. (HSG 2012) Cho hàm số $f(x)=-x^2+2ax-(a^2-2a-3)$ (1) (*a* là tham số)
    1) Vẽ đồ thị hàm số *f*(*x*) với $a = 1$;
    2) Tìm tất cả các giá trị $a > 0$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số (1) trên đoạn [0; 1] bằng – 2.

TRƯỜNG THPT THĂNG LONG ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HÌNH HỌC 10 – PHẦN I

HỌC KÌ I, NĂM HỌC 2014 – 2015 **CHƯƠNG I. CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ**

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

5. Các phép toán vectơ; biểu thức toạ độ của vectơ

6. Các bài toán thường gặp: Biểu thị vectơ qua hai vectơ qua hai vectơ không cùng phương; chứng minh hai vectơ cùng phương, 3 điểm thẳng hàng; tìm tập hợp điểm; xác định toạ độ điểm, vectơ.

B. PHẦN BÀI TẬP ĐỊNH HƯỚNG ÔN TẬP

1. Gọi *AM* là trung tuyến của tam giác *ABC* và *D* trên *AM* thoả mãn *AD* = 3*DM*. Chứng minh rằng
   a) $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MD}$ b) $2\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ c) $2\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NC}=8\overrightarrow{ND},\forall N$
2. Gọi *M* và *N* là trung điểm các cạnh *AB* và *CD* của tứ giác *ABCD*. Chứng minh rằng
   a) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$ b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}=4\overrightarrow{MN}$
3. Cho ΔABC. Gọi *D* là điểm xác định bởi $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, *M* là trung điểm của *BD*. Hãy biểu thị $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
4. Cho tam giác *ABC*, *D* là điểm thuộc cạnh *BC* sao cho 3*DB* = 2*DC*. Gọi J là điểm thoả mãn $2\overrightarrow{JA}+5\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Hãy biểu thị các vectơ $\overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AD}$ theo hai vectơ $\vec{a}=\overrightarrow{AB},\ \vec{b}=\overrightarrow{AC}$
5. Cho tam giác *ABC*, *I* là điểm thoả mãn $-2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA}=\vec{0}$, *J* là điểm thảo mãn $3\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$, *G* là trọng tâm tam giác *ABC*. Chứng minh rằng *I; G; J* thẳng hàng.
6. Cho tam giác *ABC*, *M* là điểm thảo mãn $\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$, *N* là điểm thảo mãn $\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}-3\overrightarrow{NC}=\vec{0}$, *G* là trọng tâm tam giác *ABC*. Chứng minh rằng :
   a) *M, B, G* thẳng hàng. b) *MN // AC*.
7. Cho tam giác *ABC* gọi *K, M, N* là các điểm thoả mãn $2\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}-\overrightarrow{KC}=\vec{0}$ và $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MN}$. Chứng minh 3 điểm *K, M, N* thẳng hàng.
8. Cho tam giác *ABC*.
   a) Xác định vị trí điểm *I* thoả mãn $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.
   b) Hai điểm *P, Q* thay đổi thoả mãn $3\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}-2\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PQ}$. Chứng minh rằng đường thẳng *PQ* luôn đi qua một điểm cố định.
   c) *BI* cắt *AC* tại *K* , tính tỉ số $\frac{KC}{KA}$.
   d) Tìm quỹ tích các điểm *M* thoả mãn $\left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$
   e) Tìm quỹ tích các điểm *N* thoả mãn $\left|3\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}-2\overrightarrow{NC}\right|=\left|3\overrightarrow{NA}-2\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NC}\right|$
   f) *Tìm quỹ tích các điểm *T* thoả mãn $\left|3\overrightarrow{TA}+2\overrightarrow{TB}-2\overrightarrow{TC}\right|=\left|\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}\right|$.
9. Cho hình vuông *ABCD* tâm *O*, *AB* = *a*; trên *AB* lấy *M* sao cho *MB* = 2*MA*. Tính $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$, , $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right|$, $\left|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DC}\right|$, $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$.
10. Trong hệ trục toạ độ *Oxy*, cho 4 điểm *A*(-1; 1), *B*(2; 5), *C*(3; -1), *D*(0; -5), $H\left(-\frac{1}{2};9\right)$
    a) Xác định toạ độ các vectơ $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{DB}$;
    b) Xác định toạ độ của vectơ $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}$;
    c) Chứng minh rằng tứ giác *ABCD* là hình bình hành, xác định toạ độ giao điểm *I* của hai đường chéo hình bình hành *ABCD*;

d) Chứng minh rằng 3 điểm *A, B, C* lập thành một tam giác, xác định toạ độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC* và toạ độ điểm *G'* đối xứng với *G* qua *A*;

e) Gọi *E* là trung điểm *AB, F* là trung điểm *CD* . Chứng minh rằng *E, F, H* thẳng hàng;

f) Biểu thị vectơ $\overrightarrow{AH}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

g) Tìm toạ độ điểm *M, N* thoả mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-5\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$, $3\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}-4\overrightarrow{NC}=\vec{0}$;

h) Tìm toạ độ điểm *K* trên đoạn *AB*, biết $IA = 3IB$.

**Một số bài tập tham khảo chuẩn bị cho kì thi chọn HSG:*

11. Cho 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đôi một không cùng phương.

a) Chứng minh rằng $k\cdot\vec{a}=h\cdot\vec{b}$ khi và chỉ khi $k = h = 0$;

b) Tìm tổng $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ nếu véctơ $\vec{a}+\vec{b}$ cùng phương với véctơ $\vec{c}$, còn véctơ $\vec{b}+\vec{c}$ cùng phương với véctơ $\vec{a}$.

c) Chứng minh rằng nếu $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ và $k\vec{a}+m\vec{b}+n\vec{c}=\vec{0}$ thì $k = m = n$.

12. Cho tam giác *ABC*, gọi *K, M, N* lần lượt là trung điểm của *BC, CA, AB*; lấy *P* là một điểm tuỳ ý trên mặt phẳng. Gọi d_A, d_B, d_C lần lượt là các đường thẳng đi qua *K, M, N* và tương ứng song song với *AP, BP, CP*. Chứng minh rằng 3 đường thẳng d_A, d_B, d_C đồng quy tại một điểm *I* và đường thẳng *IP* luôn đi qua một điểm cố định khi *P* di chuyển.

13. Cho tam giác *ABC* và *P* bất kì. Gọi *D, E, F* lần lượt là điểm đối xứng của trung điểm các đoạn *BC, CA, AB* qua *P*; *Q* là điểm bất kì. Gọi d_a, d_b, d_c lần lượt là các đường thẳng đi qua *A, B, C* và song song với *QD, QE, QF*. chứng minh rằng d_a, d_b, d_c đồng quy.

14. Cho điểm *I* nằm trên đoạn thẳng *AB*

a) Chứng minh rằng $IB.\overrightarrow{IA}+IA.\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

b) Với mọi điểm *M* chứng minh rằng $\overrightarrow{MI}=\frac{IB}{AB}\overrightarrow{MA}+\frac{IA}{AB}\overrightarrow{MB}$

c) Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{MJ}=a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}$ với *a, b* là hai số dương và $a + b = 1$ thì *J* nằm trên đoạn *AB*.

15. Qua trọng tâm của tam giác *ABC* kẻ đường thẳng *d* cắt các cạnh *AC, BC* lần lượt ở *P, Q*. Chứng minh rằng $\frac{AP}{PC}+\frac{BQ}{QC}=1$

16. Cho tam giác *ABC*. Kí hiệu $AB = c, BC =a, CA = b$.

a) Gọi A_0 là chân đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng
$\overrightarrow{AA_o}=\frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$

b) Chứng minh rằng *I* là tâm đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* khi và chỉ khi $a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

c) Trên *BC, CA, AB* lần lượt lấy các điểm A_1, B_1, C_1. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$ thì $\frac{A_1B}{A_1C}=\frac{B_1C}{B_1A}=\frac{C_1A}{C_1B}$.

d) Trong tam giác *ABC* lấy điểm *G*. Gọi *M, N, P* lần lượt là giao điểm của *AG, BG, CG* với *BC, CA, AB* . Chứng minh rằng *G* là trọng tâm tam giác *ABC* khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

e) Giả sử A_1, B_1, C_1 lần lượt là các chân đường cao đỉnh *A, B, C* của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$ thì tam giác *ABC* đều.

f) Giả sử A_1, B_1, C_1 lần lượt là các chân đường phân giác trong đỉnh *A, B, C* của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$ thì tam giác *ABC* đều.

CHƯƠNG III – PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

HỌC KÌ I, NĂM HỌC 2014 – 2015

A. NỘI DUNG

7. Các bài toán về phương trình chứa tham số dạng $ax + b = 0$, $ax^2 + bx + c = 0$ và một số phương trình quy về bậc nhất, bậc hai một ẩn.

8. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn (có chứa tham số).

9. Giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối, phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.

B. BÀI TẬP ĐỊNH HƯỚNG ÔN TẬP

20. Giải các phương trình

a) $|x-3| = 4x-3$ b) $|2x+3| = |7-4x|$ c) $\sqrt{x+1} = x-5$ d) $\sqrt{3-x} - \sqrt{x+2} + 1 = 0$

e) $\sqrt{x^2+5x+9} + \sqrt{x^2+x+1} = 4$ f) $2x^2 + \sqrt{x^2-2x+5} = 4x$ g) $\dfrac{x^4+9}{x^2} + \left|x - \dfrac{3}{x}\right| - 12 = 0$

i) $\dfrac{1+x}{1-x} + \dfrac{1-x}{1+x} = \dfrac{5+x}{5-x} + \dfrac{5-x}{5+x}$ j) $\dfrac{1}{(x+2)(x+3)} + \dfrac{1}{(x+3)(x+4)} + \dfrac{1}{(x+4)(x+5)} + \dfrac{1}{(x+5)(x+6)} = \dfrac{1}{8}$.

21. Giải và biện luận các phương trình sau

a) $m^2x + 2m^2 + 3 = x + 5m$ b) $(m+1)x^2 + 2mx + m - 3 = 0$ c) $(x-m)[(m+1)x+m] = 0$

c) $|x-2m| = |mx+1|$ d) $|mx-2| = 2x+m$ e) $\sqrt{3x-m} = x+1$

22. Tìm *m* để các phương trình sau có đúng một nghiệm

a) $mx^2 - (m+1)x + 2 = 0$ b) $\dfrac{x^2+2(m+1)x+3m}{x+2} = 0$ c) $\dfrac{x+1}{x+2+m} = \dfrac{x-1}{x+2-m}$

d) $\dfrac{x^2-2(m-2)x+m}{\sqrt{x}} = 0$ e) $\dfrac{x^2-mx-2m^2+m+1}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{1-x}$ f) $\dfrac{x^2-3x+m+1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{2-x}} = 0$.

23. Cho phương trình $x^2 - 2(m+3)x + m + 1 = 0$ (1) (*m* là tham số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị *m*;

b) Tìm *m* để (1) có hai nghiệm dương phân biệt;

c) Tìm *m* để (1) có hai nghiệm trái dấu;

d) Tìm *m* để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1 + 3x_2 = 0$;

e) Tìm *m* để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $\sqrt{x_1+3} + \sqrt{x_2+3} = 2$.

24. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 3y = 2m - 3 \\ x + 3my = -1 \end{cases}$ (*m* là tham số) (1)

a) Giải và biện luận hệ phương trình (1);

b) Tìm *m* để hệ (1) có nghiệm duy nhất $(x; y)$, khi đó tìm hệ thức liên hệ giữa *x*, *y* không phụ thuộc vào *m*;

c) Tìm *m* để hệ (1) có vô số nghiệm $(x; y)$, khi đó tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 - 5y^2$;

d) * Tuỳ theo giá trị của *m* tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = |mx + 3y - 2m + 3| + |x + 3my + 1|$.

25. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3|x| + my - 9 = 0 \\ 2x - |y| = 7 \end{cases}$ (*m* là tham số) (1)

a) Giải (1) khi $m = 5$;

b) Tìm *m* để (1) có nghiệm duy nhất.

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

10. Định nghĩa, tính chất và biểu thức toạ độ của tích vô hướng

11. Các dạng toán thường gặp: Tính tích vô hướng, tính độ dài đoạn thẳng; chứng minh vuông góc, chứng minh các đẳng thức; tìm điểm, tập hợp điểm.

B. PHẦN BÀI TẬP ĐỊNH HƯỚNG ÔN TẬP

17. Cho hình vuông *ABCD* cạnh *a*, tâm *O*; gọi *M* là trung điểm *BC*, *G* là trọng tâm tam giác *ABC*
   a) Tính (theo *a*): $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{CD}$, $\left(\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)$; *GM*.
   b) Tính $\cos\left(\overrightarrow{MG},\overrightarrow{BD}\right)$.
   c) Lấy *E* thoả mãn $4\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$. Chứng minh $CE\perp DM$.
   d) Lấy các điểm *I, J* lần lượt thoả mãn $2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{ID}=\vec{0}$, $3\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$. Tìm *N* thuộc *AB* để *ON* vuông góc *IJ*.
   e) Chứng minh rằng $\forall P, PA^2+PB^2+PC^2+PD^2=4\left(PO^2+a^2\right)$. Từ đó tìm trên *AB* điểm *P* để $PA^2+PB^2+PC^2+PD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   f) Tìm tập hợp các điểm *T, K* lần lượt thoả mãn $\left(\overrightarrow{TC}+\overrightarrow{TB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}\right)=0$, $\overrightarrow{KA}\cdot\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KA}\cdot\overrightarrow{KD}=2KA^2$
   g) Tìm tập hợp điểm *F* thoả mãn $FA^2+FC^2-2FD^2=2a^2$.
18. Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC*, trọng tâm *G*; biết *A*(1; 3), *B*(3; 1), *C*(- 1; -1)
   a) Tính $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}$;
   b) Tính chu vi tam giác *ABC* và $\cos\widehat{BCA}$;
   c) Tìm *m* để $\overrightarrow{AG}$ vuông góc với vectơ $\overrightarrow{CA}+m\cdot\overrightarrow{CB}$;
   d) Tìm toạ độ trực tâm *H* và tâm đường tròn ngoại tiếp *I* của tam giác *ABC*; chứng minh *G, H, I* thẳng hàng;
   e) Tìm *M* thuộc trục hoành để tam giác *BCM* vuông tại *C*.
   f) Tìm *N* thuộc trục tung để tam giác *ABN* cân tại *B*;
   g) Tìm toạ độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác *ABC*.
19. Cho tam giác *ABC* có *AB* = 2*a*; *AC* = 3*a*; góc *BAC* bằng 120^0. Tính *BC*; $\cos\widehat{ABC}$ và diện tích tam giác *ABC*.
20. Cho tam giác *ABC* có góc *B* bằng 60^0, góc *C* bằng 45^0, cạnh *BC* = *a*. Tính *AB, AC,* bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.
21. Cho tam giác *ABC* với *AB* = *c*, *AC* = *b*, *CB* = *a*. Chứng minh rằng
   a) $b^2-c^2=a\left(b\cdot\cos C-c\cdot\cos B\right)$;
   b) $\sin C=\sin A\cos B+sinB\cos A$.
22. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x^2-8x+41}-\sqrt{x^2-4x+13}$.
23. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{x^2+6x+25}+\sqrt{x^2-4x+5}$.
24. Giải phương trình $\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2-2x+2}=2\sqrt{2}$.

**Một số bài tập tham khảo chuẩn bị cho kì thi chọn HSG (Đại Chương III + Hình Chương II)*

26. Giải các phương trình sau

a) $\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{2014}+\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{2014}=\left(\frac{5+x}{5-x}\right)^{2014}+\left(\frac{5-x}{5+x}\right)^{2014}$ b) $x-6+\sqrt{x^2-16}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}\right)$

c) $\sqrt{2x^2+3x+1}=-4x+\frac{1}{x}+3$ d) $\frac{2-x-x^2}{x^2+1}=\sqrt{x-\frac{2}{x}}$

27. Cho phương trình $mx^4+(2m-7)x^2+m+3=0$ (m là tham số) (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thoả mãn $x_1<x_2<x_3<x_4$ và $x_2+x_4=x_3$.

28. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} mx+\sqrt{y^2+1}=\dfrac{(2m-1)x-m}{x} \\ x-my=\dfrac{x+1}{x}-\dfrac{m}{\sqrt{y^2+1}-y} \end{cases}$

29. Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$, góc BAC bằng 120^0. Gọi M là trung điểm AC; N trên cạnh CB sao cho $NB = x$. Tính $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}$ theo a và x. Tìm x để $AN\perp BM$.

30. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $\frac{MA}{AB}=\frac{NB}{BC}=\frac{PC}{CA}$. Chứng minh $AN\perp PM$ và $AN = PM$.

31. (*HSG Cụm 2010*) Cho tam giác đều ABC cạnh a

a) I là điểm thoả mãn $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Tính $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CI}$.

b) Gọi (d) là đường thẳng di động qua A, ứng với mỗi vị trí của d chọn M là điểm trên (d) sao cho $MA^2+3MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm tập hợp điểm M.

32. (*HSG 2008 THPT AMS*) a) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). D là điểm đối xứng của O qua AB. Chứng minh $CD^2=a^2+b^2-c^2+R^2$.

b) Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có $b^2+c^2+R^2\ge a^2$

33. Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn (O, R); ngoại tiếp đường tròn (I, r).

g) Chứng minh rằng điểm M nằm trên đường tròn (O, R) khi và chỉ khi $MA^2+MB^2+MC^2=6R^2$.

h) (*HSGTP HN 2002*) Khi điểm M chạy trên đường tròn (O, R), chứng minh tổng $MA^4+MB^4+MC^4$ không đổi.

i) Khi M chạy trên đường tròn (I, r). Chứng minh rằng tổng bình phương các khoảng cách từ M đến các cạnh của tam giác ABC không đổi.

j) Khi M chạy trên đường tròn (I, r). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MH^4+MI^4+MK^4$, trong đó H, I, K lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB.

k) Chứng minh rằng với điểm M bất kỳ ta có $MA^2+2MB^2-3MC^2=2\overrightarrow{MO}\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right)$.

l) Tìm trên (O, R) điểm M sao cho biểu thức $T=MA^2+2MB^2-3MC^2$ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất. Tìm các giá trị lớn nhất, nhỏ nhất đó.

34. Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Chứng minh rằng với mọi điểm M ta có

a) $MA^2+MB^2+MC^2\ge MA.GA+MB.GB+MC.GC\ge GA^2+GB^2+GC^2$.

b) $\frac{MA^3}{GA}+\frac{MB^3}{GB}+\frac{MC^3}{GC}\ge GA^2+GB^2+GC^2$.